

Đề thi minh họa lần 3 năm 2017

Môn Toán

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Thực hiện bởi Ban chuyên môn tuyensinh247.com

1.B	2.C	3.C	4.D	5.C	6.B	7.A	8.D	9.D	10.A
11.B	12.C	13.C	14.A	15.C	16.D	17.D	18.D	19.A	20.D
21.A	22.C	23.B	24.C	25.C	26.D	27.C	28.D	29.D	30.D
31.A	32.A	33.C	34.C	35.C	36.D	37.A	38.D	39.C	40.A
41.A	42.D	43.C	44.D	45.C	46.A	47.C	48.B	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Thực hiện bởi ban chuyên môn tuyensinh247.com

Câu 1: - Phương pháp: Viết phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành. Giải phương trình $y = 0$

- **Cách giải:** Số giao điểm của (C) và trục hoành là số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x = 0$

$$\text{Ta có: } x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 2: Phương pháp : - Áp dụng công thức đạo hàm của hàm số logarit: $(\log x)' = \frac{x'}{x \ln 10} = \frac{1}{x \ln 10}$

- **Cách giải:** Ta có: $(\log x)' = \frac{1}{x \ln 10}$

Chọn C.

Câu 3: - Phương pháp : Sử dụng cách giải về bất phương trình mũ, đưa bất phương trình về cùng cơ số 5. Sau đó sử dụng công thức: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x), (a > 1)$

- **Cách giải :** Ta có: $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0 \Leftrightarrow 5^{x+1} > \frac{1}{5} = 5^{-1} \Leftrightarrow x+1 > -1 \Leftrightarrow x > -2$

Chọn C.

Câu 4: - Phương pháp : Sử dụng định nghĩa về số phức: $z = a + bi, a, b \in R$, trong đó a là phần thực của số phức và b là phần ảo của số phức

- **Cách giải:** Số phức $3 - 2\sqrt{2}i$ có phần thực bằng 3 phần ảo bằng $-2\sqrt{2}$ hay $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2\sqrt{2} \end{cases}$

Chọn D.

Câu 5 :- Phương pháp : Áp dụng công thức $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi; |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

- **Cách giải :** Ta có: $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i) = 7 + i \Rightarrow z = 7 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Chọn C.

Câu 6: - Phương pháp :

+) Bước 1: Tìm tập xác định, tính y'

+) Bước 2: giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm

+) Bước 3: Lập bảng biến thiên và kết luận các khoảng đồng biến và nghịch biến

- **Cách giải:** $y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0 \forall x$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

Chọn B.

Câu 7: - Phương pháp : Nhìn và phân tích bảng biến thiên

- **Cách giải :** Nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 1$ và $y_{CD} = y(1) = 5$

Chọn A.

Câu 8:- Phương pháp : Sử dụng phương trình chính tắc của mặt cầu: $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$

Trong đó tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ ($x_0; y_0; z_0 \in \mathbb{R}$); bán kính R ($R > 0$)

- **Cách giải:** Gọi $I(x_0; y_0; z_0)$ ($x_0; y_0; z_0 \in \mathbb{R}$) là tâm của mặt cầu và bán kính là R ($R > 0$)

Ta có: $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} R^2 = 20 \\ x_0 = 1 \\ y_0 = -2 \\ z_0 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(1; -2; 4) \\ R = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 9: - Phương pháp : đưa phương trình về dạng phương trình chính tắc bằng cách rút t

- **Cách giải:** Ta có:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x-1}{2} \\ t = \frac{y}{3} \\ t = z + 2 \end{cases}$$

Suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

Chọn D

Câu 10

- **Phương pháp :** Sử dụng nguyên hàm của các hàm cơ bản $\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

Ta có: $\int f(x) dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{1}{3} x^3 - \frac{2}{x} + C$

Chọn A.

Câu 11: - Phương pháp : Dùng định nghĩa của tiệm cận

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = a \Rightarrow$ TCN là $y = a$

+ $\lim_{x \rightarrow x_1} y = +\infty \Rightarrow$ TCD là $x = x_1$

+ $\lim_{x \rightarrow x_2} y = +\infty \Rightarrow$ TCD là $x = x_2$

- **Cách giải :** $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow$ TCD là $x = -2$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow$ TCD là $x = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow$ TCN là $y = 0$

Chọn B.

Câu 12: - Phương pháp : Dùng biểu thức liên hợp

Cách giải: Ta có: $P = (7+4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3}-7)^{2016} = \left[\left((7+4\sqrt{3})^{2016} (4\sqrt{3}-7)^{2016} \right) \right] (7+4\sqrt{3})$
 $= (-1)^{2016} (7+4\sqrt{3}) = 7+4\sqrt{3}$

Chọn C.

Câu 13: - Phương pháp : Dùng các phép biến đổi logarit:

$\log_{a^n} (f(x))^b = \frac{1}{n} \log_a (f(x))^b = \frac{b}{n} \log_a f(x); (f(x) > 0; n \neq 0)$

- **Cách giải:** Với a là số thực dương và $a \neq 1$ ta có:

Ta có: $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = 3 \log_{\frac{1}{a^3}} a = 3.3. \log_a a = 9$

Chọn C.

Câu 14: - Phương pháp : Tính đạo hàm các hàm số và xét dấu đạo hàm, nếu $y' > 0$, với mọi x thì hàm số đó đồng biến trên \mathbb{R}

Cách giải: Ta có:
$$\begin{cases} (3x^3 + 3x - 2)' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \\ (2x^3 - 5x + 1)' = 6x^2 - 5 \\ (x^4 + 3x^2)' = 4x^3 + 6x \\ \left(\frac{x-2}{x+1}\right)' = \frac{3}{(x+1)^2} \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 15: - Phương pháp : Áp dụng công thức tính đạo hàm và cách vẽ đồ thị

Cách giải: ĐK: $x > 0$

Ta có: $f(x) = x \ln x \Rightarrow f'(x) = \ln x + 1$

Nhận thấy đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua điểm $(-1; 1)$ và với $0 < x < 1$ thì $y < 0$

Chọn C

Câu 16:

Phương pháp: Hình lăng trụ đều có tất cả các cạnh đều bằng a nên:
$$\begin{cases} h = a \\ S_d = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \end{cases} V = S.h = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} . a = a^3 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Chọn D.

Câu 17:

Phương pháp : Điểm A thuộc trục hoành thì điểm A(a ;0 ;0);

$$B(x; y; z); C(x'; y'; z') \Rightarrow BC = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

Cách giải : Ta có: $\overline{BC} = (4; 0; -3)$

D thuộc trục hoành nên: $D(x_0; 0; 0)$. $\Rightarrow \overline{AD} = (x_0 - 3; 4; 0)$

$$AD = BC \Leftrightarrow BC^2 = AD^2 \Leftrightarrow (x_0 - 3)^2 + 16 = 9 + 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 6 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 18.

Phương pháp: giải phương trình bậc 2 trong số phức. Sau đó tìm ra các nghiệm z và thay vào P để tính.

$$z^2 + z + 1 = 0$$

Cách giải: $\Delta = 1 - 4 = -3 = 3i^2$

$$z = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow P = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

Chọn D

Câu 19

Phương pháp:

Cách tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên 1 khoảng:

Bước 1: Tính đạo hàm, giải phương trình $y' = 0$, tìm các nghiệm, và các giá trị tại đó hàm số không xác định

Bước 2: Lập bảng biến thiên và dựa vào bảng biến thiên để kết luận.

$$y' = 3 - \frac{8}{x^3} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{8}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$$

$$y = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt[3]{3}} + \frac{4}{\left(\frac{2}{\sqrt[3]{3}}\right)^2} = 3\sqrt[3]{9}$$

Chọn A

Câu 20: D

Câu 21: phương pháp giải tích phân.

$$\text{Áp dụng công thức tổng 2 tích phân } \int_a^b f(x) + \int_b^c f(x) = \int_a^c f(x)$$

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có được: } S = \int_{-1}^0 (0 - f(x)) + \int_0^2 f(x) = -\int_{-1}^0 f(x) + \int_0^2 f(x) = b - a$$

Chọn A

Câu 22 Giải phương trình: áp dụng công thức tổng 2 log. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c, (b, c > 0; 0 < a \neq 1)$

ĐK: $x > 1$

Ta có: $\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Chọn C

Câu 23:

Phương pháp: Dựa vào đồ thị hàm số, ta tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ từ đó ta tìm được các hệ số a, b, c, d.

Ta tìm được tiệm cận đứng của đồ thị này là: $x = \frac{-d}{c}$; tiệm cận ngang của đồ thị là: $y = \frac{a}{c}$

Cách giải: tiệm cận đứng $x+1=0$ nên ta có: $\frac{-d}{c} = -1 \Leftrightarrow d = c$

Tiệm cận ngang $y=2$, nên ta có: $\frac{a}{c} = 2 \Leftrightarrow a = 2c$

$$\Rightarrow y = \frac{2x-1}{x+1}$$

Chọn B

Câu 24

$$I = \int_1^2 (x^2 - 1)d(x^2 - 1) \text{ đặt } x^2 - 1 = u \text{ nên } I = \int_0^3 u du$$

Chọn C

Câu 25

Phương pháp: Tọa độ biểu diễn số phức $M(a;b)$ với $z=a+bi$ thì ta có: $z=2a+2bi$ nên tọa độ với điểm $2z$ là $(2a;2b)$
Nên trên đồ thị sẽ là điểm E.

Chọn C.

Câu 26

Phương pháp: Áp dụng công thức $S_{xq} = \pi r l$

Ta có: $S_{xq} = \pi r l = 3\pi a^2 = \pi a l \Rightarrow l = 3a$

Chọn D.

Câu 27

Phương pháp: Ta nên dựa vào đề để giải

Với bài này: ta tính đạo hàm của: $(b \ln \frac{1+e^x}{2})' = b \frac{e^x}{1+e^x}$

Cách giải: Ta có thể dễ dàng đoán ra được $a=1; b=-1$: $(x - \frac{1+e^x}{2})' = 1 - \frac{e^x}{1+e^x} = \frac{1}{1+e^x}$

Nên chọn A

Mấu chốt của bài toán là cần tìm được nguyên hàm của $\frac{1}{e^x+1}$; từ $(b \ln \frac{1+e^x}{2})' = b \frac{e^x}{1+e^x}$ ta có thể dễ dàng đoán được ra nguyên hàm của hàm số.

Câu 28

Phương pháp: Các cạnh của hình lập phương là a .

Thể tích của khối trụ là: $V = \pi R^2 h$.

Cách giải: Khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a ; thì $r = \frac{\sqrt{2}}{2} a; h = a$ Suy ra $V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{2}$

Chọn D.

Câu 29

Phương pháp: Mặt phẳng (S) tiếp xúc với mặt cầu (I) thì: $d(I; (S)) = IA = R$.

A là tiếp điểm $\Rightarrow \overline{IA}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (S).

Cách giải:

Tính vectơ $\overline{IA} = (-1; -1; 3)$ chính là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (S).

Mà (S) lại đi qua A(2;1;2). Nên ta chọn được **đáp án D**.

Câu 30

Phương pháp: Khoảng cách giữa đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) là MH với M là điểm thuộc đường thẳng (Δ) và H là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P).

Cách giải:

Nhận thấy d vuông góc với (P) nên ta chọn 1 điểm bất kì từ d, rồi tính khoảng cách từ điểm đó tới (P).

Chọn A(1;-2;1) thuộc d. Áp dụng công thức tính khoảng cách: $d = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = 2$.

Câu 31:

Phương pháp: Hàm số không có cực đại tức là hàm số chỉ tuyến tính.

Trường hợp 1: Hàm số chỉ đồng biến:

$$\text{Tức } \begin{cases} m-1 \geq 0 \\ m-3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq m \leq 3$$

Trường hợp 2: hàm số chỉ nghịch biến:

$$\begin{cases} m-1 \leq 0 \\ m-3 \geq 0 \end{cases} \cdot \text{ Suy ra không tìm được } m \text{ thỏa mãn}$$

Chọn A

Câu 32

Nhận xét:

Nếu $x \geq 2$ thì hàm số vẫn không đổi

Nếu $x \leq 2$ ta được phần đồ thị mới đối xứng với đồ thị ban đầu.

Chọn A

Câu 33

Phương pháp: dùng đến máy tính cầm tay

Ta chọn luôn $a=3$; $b=3^{\sqrt{3}}$

$$\text{Tính: } P = \log_{\sqrt{b}} \sqrt{\frac{b}{a}} = -2,732$$

Trùng với kết quả của đáp án C.

Chọn C.

Câu 34

Phương pháp:

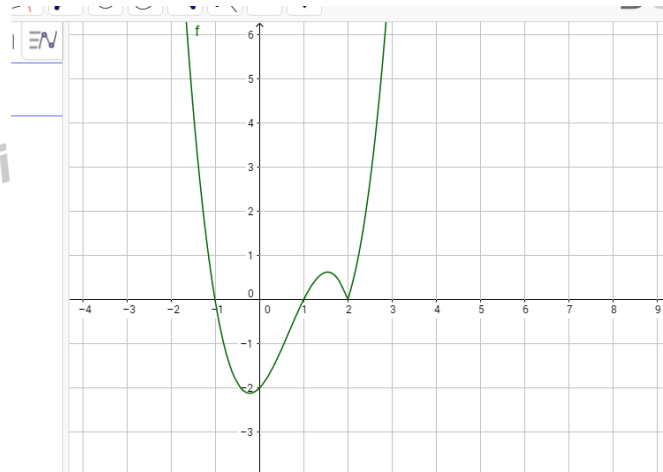
Để làm được câu này ta cần tưởng tượng hình ra một chút,

Cách giải: Ta tính: diện tích mỗi mặt thiết diện sẽ là: $3x\sqrt{3x^2-2}$

Để tính được thể tích của hình này ta cần lấy tích phân liên tục của hàm trên với cận từ 1 đến 3

$$V = \int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2} = \frac{124}{3}$$

Chọn C.



Câu 35:**Phương pháp:** Sử dụng tính đơn điệu của hàm số để tìm số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x > -1$

$$x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3\ln(x+1) + 1 = 0$$

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 3\ln(x+1) + 1 \rightarrow f'(x) = 6x - 6 + \frac{3}{x+1}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 2)(x + 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Từ đây ta sẽ có bảng biến thiên của $f'(x)$:

x	-1	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	∞
$f'(x)$		+	-	+
f(x)	$-\infty$	2,059	-1,138	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta sẽ có phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

Câu 36:**Phương pháp:** Thể tích của khối chóp là: $V = \frac{1}{3}hS_d$

Cách giải: Ta có:

$$\begin{cases} DA \perp SA \\ DA \perp AB \end{cases} \rightarrow DA \perp (SAB) \rightarrow (SD, (SAB)) = DSA = 30^\circ$$

$$\tan 30 = \frac{AD}{SA} = \frac{a}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow SA = a\sqrt{3} \rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

Chọn D.

Câu 37:Cách giải: Gọi đường thẳng cần tìm là d' thì giao tuyến của d và $(P): x + 3 = 0$ là:

$$x = -3 \rightarrow \frac{x-1}{2} = -2 \rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ z = -5 \end{cases} \rightarrow A(-3; -3; -5).$$

Với điểm B thuộc d ta dựng đường qua B và vuông góc với (P) :

$$B(1; -5; 3) \rightarrow \overrightarrow{u}_{d_1}(-1; 0; 0) \rightarrow d_1: \begin{cases} x = -t - 1 \\ y = -5 \\ z = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap (P) = \{C\}: -t - 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Chọn A.

$$\Rightarrow C(-3; -5; 3) \rightarrow \overrightarrow{AC}(0; -2; 8) // (0; -1; 4) \rightarrow d': \begin{cases} x = -3 \\ y = -t - 5 \\ z = 4t + 3 \end{cases}$$

Câu 38:**Phương pháp:** Sử dụng phương pháp tích phân từng phần để giải bài toán.

Ta có:

$$\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10 \rightarrow (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = 10 = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)dx$$
$$\rightarrow \int_0^1 f(x)dx = -8.$$

Chọn D.

Câu 39:

Phương pháp: Số thuần ảo là số phức có phần thực bằng 0 và phần ảo khác 0.

Đặt

$$z = a + bi \rightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 25 \\ z^2 = a^2 - 2abi - b^2 \rightarrow a^2 = b^2 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} a = b \rightarrow 2a^2 - 2a - 24 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = -3 \end{cases} \\ a = -b \rightarrow 2a^2 + 2a - 24 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -4 \end{cases} \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 40:

Phương pháp: Sử dụng công thức tính đạo hàm: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

$$\text{Và } (\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

Ta có:

$$y' = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$y'' = \frac{-\frac{1}{x} \cdot x^2 - 2x(1 - \ln x)}{x^4} = \frac{-3x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{-3 + 2 \ln x}{x^3}$$

$$\rightarrow xy'' + 2y' = \frac{-3 + 2 \ln x + 2 - 2 \ln x}{x^2} = \frac{-1}{x^2}.$$

Chọn A.

Câu 41:

Ta có:

$$f'(x) = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$$

$$\rightarrow f'(x) \leq 0 \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 1 \\ 2m^2 - m - 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 1 \\ (m - 1)(2m + 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m > \frac{-1}{2} \end{cases} \rightarrow -\frac{1}{2} < m < 1.$$

Chỉ có $m = 0$ là nguyên.

Chọn B.

Câu 42:

Ta có phương trình AA' là:

$$\overrightarrow{u_{A'A}}(6; -2; 1) \rightarrow AA': \begin{cases} x = 6t - 1 \\ y = -2t + 3 \\ z = t + 6 \end{cases} \rightarrow \{B\} = AA' \cap (P): 6(6t-1) - 2(-2t+3) + t + 6 = 35 \quad \text{Chọn D.}$$

$$\Leftrightarrow t = 1 \rightarrow B(5; 1; 7) \rightarrow A'(11; -1; 8) \rightarrow OA' = \sqrt{186}$$

Câu 43:

Gọi O là tâm của $ABCD$ và H là tâm của hình cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

Đề có SO là đường cao của hình chóp và H thuộc SO .

Ta có:

$$AC = 6a \rightarrow OA = 3a \rightarrow SO = 4a; HO + HS = HO + HA = HO + \sqrt{HO^2 + 9a^2} = 16a$$

$$\rightarrow HO = 0,875a \rightarrow R = HS = \frac{25a}{8}$$

Chọn C.

Câu 44:

Ta có:

$$f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x} = \sqrt{2 + 2(2\cos^2 x - 1)} = 2\sqrt{\cos^2 x} \rightarrow f(x) = \sqrt{\cos^2 x}$$

$$\rightarrow \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos^2 x} dx = 6$$

Chọn D.

Câu 45:

$$\log(mx) = 2 \log(x+1) \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + (2-m)x + 1 = 0$$

$$\Delta = m^2 - 4m + 4 - 4 = m^2 - 4m$$

Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì có 2 TH:

$$\text{TH1: Phương trình trên có nghiệm duy nhất: } m^2 = 4m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases} \text{ Tuy nhiên giá trị } m = 0 \text{ loại do khi đó}$$

nghiệm là $x = -1$.

$$\text{TH2: Phương trình trên có 2 nghiệm thỏa: } x_1 \leq -1 < x_2$$

$$\text{Nếu có } x_1 = -1 \rightarrow 1 - (2-m) + 1 = 0 \rightarrow m = 0, \text{ thay lại vô lý}$$

$$x_1 < -1 < x_2 \rightarrow (x_1 + 1)(x_2 + 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 < 0$$

$$\rightarrow 1 + m - 2 + 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0$$

Như vậy sẽ có các giá trị $-2017; -2016; \dots -1$ và 4 . Có 2018 giá trị.

Chọn C.

Câu 46:

$$\text{Ta có: } y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x \Rightarrow y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 1)$$

Phương trình $y' = 0$ là phương trình bậc 2 ẩn x có: $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = m - 1 \\ x_2 = m + 1 \end{cases}$

Không mất tính tổng quát giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$

A, B nằm khác phía $\Leftrightarrow x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m + 1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

A, B cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$ suy ra trung điểm I của AB thuộc đường thẳng $y = 5x - 9$

Khi đó ta có: $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$. Hay $I\left(m; \frac{1}{3}m^3 - m\right)$

Ta có: $\frac{1}{3}m^3 - m = 5m - 9 \Leftrightarrow \frac{1}{3}m^3 - 6m + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ \frac{1}{3}m^2 + m - 3 = 0 \end{cases}$

Suy ra $m_1 + m_2 + m_3 = 3 + \frac{-1}{\frac{1}{3}} = 0$

Chọn A

Câu 47

Phương pháp: Giá trị lớn nhất của MN chính là độ dài của vector lớn nhất trong các vector \vec{v} mà phép tịnh tiến vector \vec{v} biến mặt cầu (S) thành mặt cầu (S') tiếp xúc với mặt phẳng (P).

Cách giải

(S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và $R = 1$

Gọi $\vec{v}(t; 0; t)$ là vector cùng phương với vector $\vec{u}(1; 0; 1)$ sao cho phép tịnh tiến vector đó biến (S) thành (S') tiếp xúc với (P)

Phép tịnh tiến vector $\vec{v}(t; 0; t)$ biến I thành $I'(-1 + t; 2; 1 + t)$

Suy ra (S') có tâm I' và bán kính $R' = R = 1$

(S') tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow d(I'; (P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|-1 + t - 2.2 + 2(1 + t) - 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 1 \Leftrightarrow |3t - 6| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 1 \end{cases}$

Với $t = 3 \Rightarrow \vec{v}(3; 0; 3) \Rightarrow |\vec{v}| = 3\sqrt{2}$

Với $t = 1 \Rightarrow \vec{v}(1; 0; 1) \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của MN là $3\sqrt{2}$

Chọn C

Câu 48

Phương pháp

Gọi $z = x + yi$ và tìm tập hợp điểm biểu diễn z trên trục tọa độ từ đó tìm GTLN, GTNN của biểu thức đã cho

Cách giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy gọi $P(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z

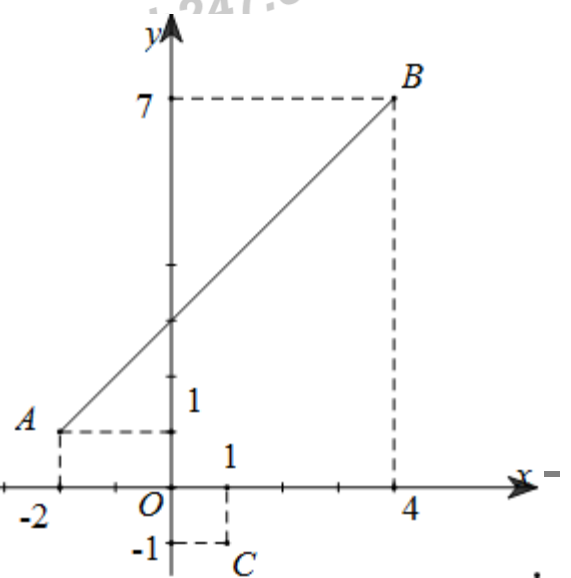
Gọi $A(-2; 1), B(4; 7)$ thì

$$AB = 6\sqrt{2} = |z + 2 - i| + |z - 4 - 7i|$$

$$= \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 7)^2}$$

$$= PA + PB$$

Suy ra tập hợp các điểm P thỏa mãn chính là đoạn thẳng AB



Có $|z-1+i| = \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = PC$ với $C(1;-1)$

Suy ra $M = PB = \sqrt{73}$ và $m = d(P;(AB)) = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow M + m = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$$

Câu 49:

Ta có: Gọi bán kính (C) với tâm là I là r thì để có S phải thuộc OI và :

$$OI = \sqrt{R^2 - r^2} \rightarrow h = \sqrt{R^2 - r^2} + R$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 (\sqrt{R^2 - r^2} + R)$$

Tới đây ta sẽ khảo sát hàm số:

$$f(r) = r^2(\sqrt{R^2 - r^2} + R) \rightarrow f'(r) = 2r\sqrt{R^2 - r^2} + 2rR - \frac{r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}}$$

$$f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{R^2 - r^2} + 2R - \frac{r^2}{\sqrt{R^2 - r^2}} = 0 \Leftrightarrow 2(R^2 - r^2) - r^2 + 2R\sqrt{R^2 - r^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (2R^2 - 3r^2)^2 = (2R\sqrt{R^2 - r^2})^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{8}{9}R^2$$

$$\rightarrow h = \frac{4R}{3}$$

Chọn C.

Câu 50:

Ta có thể tích hình đa diện còn lại sẽ là hiệu của thể tích hình tứ diện ban đầu trừ đi thể tích 4 hình tứ diện nhỏ bằng nhau có đỉnh là 1 đỉnh của hình ban đầu và 3 đỉnh còn lại là trung điểm của 3 cạnh xuất phát từ đỉnh đó.

$$\text{Như vậy áp dụng công thức thể tích SGK: } \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \rightarrow V' = V - 4 \cdot \frac{V}{8} = \frac{V}{2} \rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$$

Chọn A.